بررسی تأثیر رویکرد آموزشی مبتنی بر مسئله‌ی باز-پاسخ بر توانایی حل مسأله دانش‌آموزان پایه هفتم

فاطمه سلیمیان[1]، ابراهیم ریحانی[2]*، احسان بهرامی سامانی[3]
۱. کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی آموزش و پرورش اصفهان، اصفهان، ایران.
۲. دانشیار گروه ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول)
۳. دانشیار گروه آمار دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.

نشریه علمی
پژوهش‌های آموزش و یادگیری
دوره ۱۶، شماره ۲، پیاپی ۳۰
پاییز و زمستان ۱۳۹۸
صص.: ۲۷-۱۳

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۱/۱۴
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۳/۱۹

مقاله پژوهشی

Journal of
Training & Learning Researches
Vol. 16, No. 2, Serial 30
Autumn & Winter 2019-2020
pp.: 13-27

چکیده
پژوهش حاضر با هدف بررسی تأثیر رویکرد آموزشی مبتنی بر مسئله‌ی باز- پاسخ بر توانایی حل‌مسأله دانش‌آموزان پایه هفتم، اجرا گردید. پژوهش با روش شبه آزمایشی و در مطالعه‌ای طولی طی دوره آموزشی پنج ماهه انجام گرفت. آزمودنی ها در قالب دو گروه آزمایش و کنترل به صورت تصادفی از بین مدارس دخترانه منطقه باغبهادران، انتخاب شدند. گروه آزمایش، هر جلسه را با حل یک مسئله‌ی باز-پاسخ در سه مرحله‌ی؛ انفرادی، گروهی و کلاسی می گذراندند و گروه کنترل این زمان را با کار بر روی مسائل مشابه کتاب درسی، سپری کردند. آزمون‌های تحلیل آماری (**t** گروه‌های مستقل و **t** گروه‌های وابسته) معناداری برتری عملکرد گروه آزمایش نسبت به گروه کنترل در پس‌آزمون و نسبت به عملکرد قبلی خود در پیش‌آزمون را تأیید کردند. گروه آزمایش علاوه بر کسب میانگین بالاتر در حل مسائل، راهبردهای متنوع‌تری را در پاسخ‌گویی ارائه داد. آزمون پایداری، پنج ماه بعد از پس آزمون برگزار و معناداری عملکرد بهتر گروه آزمایش را تأیید کرد. به منظور بررسی نتایج به کارگیری مسائل باز-پاسخ، پاسخ‌های فردی و گروهی در هر جلسه‌ی گروه آزمایش جمع‌آوری و مشاهدات از رفتار فردی و گروهی دانش‌آموزان ثبت و تحلیل شد. مقایسه‌ی پاسخ‌های فردی و گروهی در هر جلسه، ایجاد فرصت‌هایی برای بروز و رفع بدفهمی‌ها، یادگیری های جدید هنگام مرور مطالب فراگرفته شده و ارتقا سطح کلامی برای بیان روابط ریاضی را نشان‌داد. نتایج نشان داد؛ آموزش مبتنی بر مسائل باز-پاسخ در کنار روش‌های سنتی یاددهی- یادگیری می‌تواند در پرورش توانایی حل مسئله اثرگذار باشد. قوت یافتن نقش دانش‌آموزان ضعیف و پذیرش مفید بودن و کاربرد ابزارهای ریاضی از جمله تعمیم، اثبات، تخمین و حدس آگاهانه از مقایسه‌ی پاسخ‌های فردی و گروهی، قابل استنباط بود.

کلیدواژه‌ها: حل مسئله، مسئله‌ی باز-پاسخ، دانش‌آموزان پایه هفتم، آموزش ریاضی.

*Email: e_reyhani@yahoo.com

این مقاله برگرفته از پایان نامه کارشناسی ارشد نویسنده اول است.

نشریه علمی **پژوهش‌های آموزش و یادگیری**، دوره ۱۶، شماره ۲، پیاپی ۳۰، پاییز و زمستان ۱۳۹۸، صص.: ۲۷-۱۳.
Scientific Journal of **Training & Learning Researches**, Vol.16, No.2, Serial 30, Autumn & Winter 2019-2020, pp.: 13-27.

مقدمه

اهمیت حل‌مسئله در ریاضیات بر کسی پوشیده نیست تا جایی که از آن با عنوان‌هایی چون قلب تپنده‌ی ریاضیات، جوهره‌ی ریاضیات، هدف نهایی آموخته‌ها و نظایر آن یاد می‌شود. در دو دهه اخیر شاهد ورود بخش حل‌مسئله و آموزش راهبردهای آن از سوی مولفان در کتاب های ریاضی مدرسه ای ایران هستیم. با این حال تجربیات حاکی از آن هستند که کلاس های درس فاصله زیادی با پیاده سازی رویکرد حل مسئله دارند. نمی‌توان انتظار داشت که با آموزش صرف راهبردهای حل مسئله و یا چند نکته، مسئله حل‌کن‌های خبره تربیت شوند و در انجام تکالیف ریاضی خود مهارت و تجربه‌ی مناسبی را کسب کنند. بنابراین باید در بستری مناسب به پرورش توانایی حل مسئله‌ی دانش‌آموزان پرداخت. مسئله‌های باز-پاسخ[1] با امکان راه-حل‌های چندگانه برای یک مسئله، می‌توانند فرصت مناسبی فراهم کنند تا دانش‌آموزان برای انجام دادن فعالیت ریاضی مطابق توانایی‌ها و علایق خود فضای بهتری را برای حل مسئله تجربه کنند.

مسائل باز-پاسخ در آموزش ریاضی ، در کتاب‌های درسی و ادبیات پژوهشی جایگاه ویژه‌ای دارند و در کتاب-های جدید التالیف ریاضی مدرسه‌ای کشورمان این موضوع به طور نسبی مورد توجه قرار گرفته است. با این حال مطالعات محدودی در این زمینه انجام شده و به کارگیری این مسائل در کلاس درس و بررسی نتایج آن تقریبا نادیده گرفته شده است. تغییر رویکردهای آموزشی در تالیف کتاب‌های درسی در سال‌های اخیر را می‌توان شروع روند نوید بخشی در آموزش ریاضی ایران دانست. از جمله توجه به آموزش از طریق حل‌مسئله در کنار آموزش راهبردهای حل‌مسئله یک جریان امیدبخش را در فرآیند یاددهی-یادگیری ریاضیات مدرسه‌ای شکل داده است که در راستای این هدف ردپاهایی از طرح مسئله[2]، مسائل باز-پاسخ و مسائل با راه حل‌های چندگانه[3] در کتاب‌های درسی یافت می‌شود. هر چند حضور این مسائل هنوز کم‌رنگ است اما عدم شناخت ظرفیت و نداشتن آگاهی از برخورد آموزشی صحیح با این نوع مسائل ریاضی موجب می‌شود با آن‌ها مشابه مسائل بسته برخورد شده و از ظرفیت‌های موجود در آن‌ها از جمله پرورش مهارت حل مسئله غفلت شود. بررسی تأثیر آموزش مبتنی بر مسائل باز-پاسخ در کنار شیوه‌های رایج آموزش بر توانایی حل مسئله دانش‌آموزان، ارائه ادبیات پژوهشی مناسب و مستند برای کسب شناخت و دیدگاه منعطف در یک کلاس مبتنی بر مسائل باز-پاسخ، ارائه‌ی مثال‌های عینی از این دست مسائل و نمایشی از مدیریت کلاس با رویکرد باز-پاسخ هدف‌هایی است که این پژوهش را شکل داد.

در طول دهه‌ی ۱۹۸۰ میلادی، دیدگاه‌های سازنده‌گرایی[4] در روانشناسی شناختی گسترش یافت و طرح نظریه‌های یادگیری در این حوزه افزایش یافت[۱]. سازنده‌گرایی دیدگاهی بر اساس فلسفه نسبیت‌گرایی[5] و بر این اصل استوار است که افراد آنچه را می‌فهمند خود یاد می‌گیرند و در ساختن آن، نقش فعال دارند[۲]. تأکید فزاینده بر فرآیندهای ریاضی، در طول دهه‌ی ۸۰ میلادی، با یک گرایش عمومی به سوی نظریه‌های سازنده‌گرایی ترکیب شد و دیدگاه‌های یادگیری ریاضی را به این فرض هدایت کرد که مهارت‌های تفکر ریاضی باید در زمینه‌ی مسائل باز-پاسخ فراگرفته شود[۳].

استفاده از مسائل باز-پاسخ در کلاس به منظور بهبود مباحث یادگیری-یاددهی ریاضی، که "رویکرد باز پاسخ[6]" نامیده می‌شود در ژاپن در دهه‌ی ۷۰ میلادی توسعه یافت. شروع این حرکت، پژوهش انجام شده توسط چهار محقق، به سرپرستی شیمادا[7] بود و چند سال بعد اکثر پژوهشگران و معلمان ژاپنی در مدارس ابتدایی و متوسطه اول در این پژوهش شرکت کرده و این روش را در کلاس‌های ریاضی خود استفاده کردند. کتاب "رویکرد باز پاسخ: یک طرح جدید برای تدریس ریاضی" به عنوان نتیجه این کارگروهی انتشار یافت[۴]. توجه به منحصر به فرد بودن دانش‌آموز در جریان تکامل دیدگاه‌های آموزش ریاضی علت تغییر در روش‌های تدریس در ژاپن است؛ اهمیت یافتن تفکر ریاضی دانش‌آموزان، توسعه‌ی دیدگاه‌های آموزش ریاضی و دغدغه‌ی گسترش روش‌های تدریس جریان‌هایی است که یکپارچه شده و یک طرح قابل توجه در آموزش ریاضی ژاپن و در پژوهش‌های آموزش ریاضی تحت عنوان رویکرد باز-پاسخ را شکل دادند[۵]. همزمان با ژاپن ایده‌ی استفاده از برخی اَشکال مسئله‌های باز-پاسخ در سراسر دنیا تحت عنوان‌های متفاوتی گسترش یافت. "پژوهش[8]" در انگلستان، " ریاضیات واقعیت مدار[9]" در هلند و اختصاص یک پنجم زمان آموزش به محتوای آزاد در آلمان را می‌توان

[1] Open-ended Problem
[2] Problem Posing
[3] Multiple Solution
[4] Constructivism
[5] Relativism
[6] Open-ended approach
[7] Shimada
[8] Investigation
[9] Realistics mathematics

از این موارد برشمرد. در برنامه درسی رسمی برخی از نقاط دنیا از جمله استرالیا و ایالت کالیفرنیا مسئله‌های باز-پاسخ در سنجش پایانی و در کنار انواع سؤالات و مسائل ریاضی مورد استفاده قرار گرفت[۱].

بیش‌تر مسائل مورد استفاده در آموزش ریاضی در هر دو مقطع ابتدایی و متوسطه یک ویژگی مشترک دارند که یک و تنها یک پاسخ صحیح دارند. مسائل به گونه‌ای فرمول‌بندی شده‌اند که پاسخ‌ها صحیح یا غلط هستند و پاسخ صحیح یکتاست، این‌گونه مسائل را بسته یا کامل[۱] می‌نامیم[۴]. برای دست یافتن به معنای مسئله باز-پاسخ ابتدا باید یک مسئله بسته را تعریف کرد تا به نقطه‌ی مقابل آن دست یافت[۶]. مسئله‌ای بسته است که شروع خیلی واضح و عینی دارد و امکان تفکر واگرا را نمی‌پذیرد[۷]. تفکر واگرا مبحثی است که اولین بار گیلفورد[۲] مطرح کرده و بر تولید پاسخ‌های چندگانه و ابتکاری تأکید می‌کند. این تفکر با تمایل و آمادگی در پذیرش حداکثر میزان اطلاعات از جهان خارج، مرتبط است[۸].

در مقابل تعاریف ذکر شده، در رویکرد باز-پاسخ مسئله‌ای برای دانش‌آموزان طرح می‌شود که راه‌حل‌ها و جواب‌ها فقط به یک طریق به دست نمی‌آیند. در این رویکرد دانش‌آموزان روش‌های خود را برای نمایش یافته‌هایشان و اینکه چطور فعالیت را تکمیل کردند انتخاب می‌کنند[۹] و معلم تلاش می‌کند فرصت استفاده از راه‌حل‌های متنوع را فراهم سازد؛ دانش‌آموزان چیزهای جدید را با ترکیب دانش، مهارت‌ها و راه‌های تفکر ریاضی که از قبل یاد گرفته‌اند، کشف می‌کنند[۱]. مسائلی که در رویکرد باز استفاده می‌شوند به‌گونه‌ای طراحی می‌شوند که دارای جواب‌های درست چندگانه باشند؛ چنین مسائلی را باز-پاسخ می‌نامند. بنابراین این قبیل مسائل، شاگردان را در محدودیت پاسخ درستِ منحصربه‌فرد قرار نمی‌دهند و موجب می‌شوند فراگیر اطلاعات متنوع و بیش‌تری را مرور کند. در گلاویز شدن با این دست مسائل، حل‌کننده بیش‌تر از طریق تفکر مولد[۳] بهره می‌برد تا یک یادآوری ساده[۱۰]. زمانی‌که از دانش‌آموز ابتدایی می‌خواهیم عددهایی را معرفی کند که جمع آنها ۱۰ می‌شود، یک سؤال باز-پاسخ طرح کرده‌ایم. مسائل در ریاضی معمولا هدف خاصی را دنبال می‌کنند اما یک مسئله باز در عرصه‌ای وسیع‌تر به کار گرفته می شود. حل مسئله یک احساس ایستایی به وجود می‌آورد در حالی که مسائلی از جنس پژوهش حس پویایی را برمی‌انگیزد[۱۱].

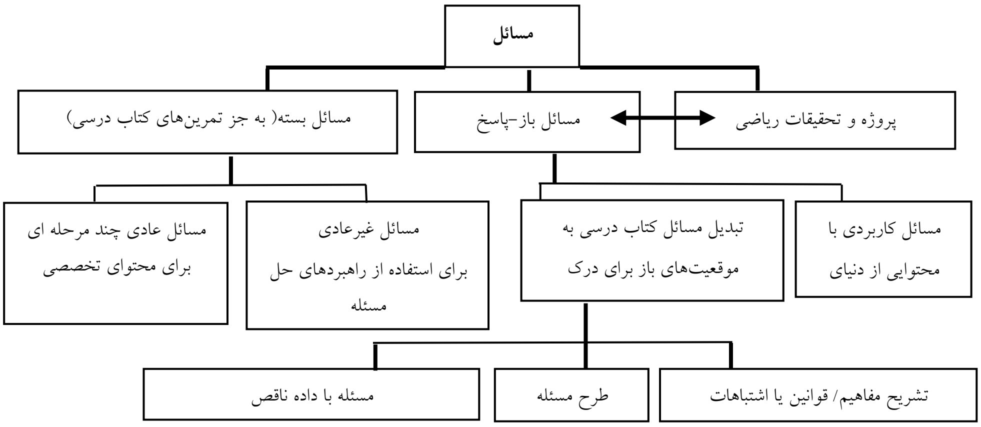
برای مشخص شدن تفاوت مسائل باز-پاسخ و بسته مثالی ارائه می گردد: مسئله۱-نمونه بسته: کاغذ مستطیلی که طول ۲۰ سانتی‌متر و عرض ۱۶ سانتی‌متر دارد را در نظر بگیرید. از گوشه‌های کاغذ، مربع‌هایی با ضلع ۲ سانتی‌متر جدا می‌کنیم و شکل حاصل را به صورت یک جعبه بدون سقف تا می‌زنیم. حجم جعبه چه قدر خواهد بود؟

مسئله ۲-نمونه باز-پاسخ: یک کاغذ مستطیلی که طول ۲۰ و عرض ۱۶ سانتی‌متر دارد، را در نظر بگیرید. شما می‌توانید از هر گوشه یک مربع خارج کنید، سپس اضلاع را برای ساختن یک جعبه بدون سقف، تا بزنید. حجم برخی از جعبه‌هایی را که می‌توانید از این کاغذ جدا کنید، به دست آورید[۱۲].

فونگ[۴] برای مشخص شدن جایگاه مسائل باز-پاسخ، نمودار۱ را به عنوان دسته‌بندی از مسائل ریاضی ارائه داد[۱۰]. سمت راست نمودار، حاوی مسائل باز از جمله مسئله با داده‌های ناقص[۵]، مسائل کاربردی از دنیای واقعی[۶] و طرح مسئله است. فونگ معتقد است مسائل زندگی روزمره‌ی دانش‌آموز از نوع باز-پاسخ است که آموزش ریاضی باید این واقعیت را بپذیرد و با آن سازگار شود. هدف این دست مسائل این است که محیط‌های آموزشی و روش‌های حاکم بر آنها باید به صورتی سازماندهی شوند که دانش‌آموزان به جای ذخیره سازی علمی با مسائل درگیر شوند و مسائلی که در زندگی واقعی با آنها مواجه می‌شوند در این زمینه می‌تواند یاری رسان باشد[۱۳]. ارتباط دو جانبه‌ی مسائل باز-پاسخ و پژوهش در نمودار ۱ درخور توجه است که هر یک می‌تواند منجر به تولید دیگری شود و مسائلی که باعث طرح یک موضوع جدید و بسط یک شاخه‌ی علمی می‌شوند نیز از نوع باز هستند.

---

[1] Closed or Complete
[2] Guilford
[3] Productive thinking
[4] Foong
[5] Missing Data
[6] Applied Problem



نمودار۱. دسته‌بندی مسائل فونگ

پژوهش‌های متعددی از به کارگیری رویکرد باز-پاسخ در کنار روش‌های سنتی در کلاس درس پشتیبانی می‌کنند. پژوهش‌های سیلور[۱۴]، نودا[۵] و کوان[1][۷] و مورنی[2][۱۵] نشان می‌دهند که تکالیف باز-پاسخ در حوزه‌ی تدریس ریاضی می‌تواند به عنوان یک ابزار برای پیش‌بُرد خلاقیت ریاضی یادگیرندگان به کار رود و کمک می‌کند تا دانش‌آموزان فهم ریاضی خود را گسترش دهند. تانر و جونز [۳]، سالیوان و همکاران[۱۶] ، پهکونن[۱] و ماهلبو[۱۷] از جمله محققانی بودند که با انجام تحقیق‌های خود در قالب گروه‌های آزمایش و کنترل نشان دادند زمانی‌که رویکرد باز-پاسخ به طور موازی با روش‌های مرسوم استفاده شود، در گسترش دانش در زمینه‌های ناآشنا و چالش‌برانگیز و افزایش مهارت حل مسئله اثربخش است. یکی از مهم‌ترین مطالعات در این زمینه مربوط به مطالعه طولی بوئلر[3] محقق انگلیسی است. او نتایج به کارگیری روش بسته و باز را در آموزش ریاضی به مدت سه سال در دو مدرسه مورد بررسی قرار داد. او پس از مطالعه‌ی نتایج، تفاوت اصلی میان عملکرد شاگردان دو مدرسه را مرتبط با انعطاف‌پذیری و توانایی به کارگیری دانش و تجربه آنان در موقعیت‌های مختلف فعالیت‌های ریاضی یاددهی- یادگیری در مدرسه و دانشگاه بیان کرد. [۱۸]. بوئلر در پاسخ به سؤالات و شبهه‌هایی که در رابطه با کار او مطرح شده بود، مطالعات و پژوهش خود را در سال ۲۰۰۸ ادامه می‌دهد و نتایج خود را تکرار می‌کند[۱۲]. جرت ثابت کرد حل مسئله باز-پاسخ در توسعه درک عمیق ریاضی موثر است[۱۹].

مسئله مهم دیگر در به کارگیری مسائل باز-پاسخ این است که ارزیابی پاسخ‌ها پیچیده‌تر از مسائل مرسوم است و گستره‌ی جواب‌ها چالش‌هایی را به وجود می‌آورد. کلارک هشدار می‌دهد که یک سؤال ممکن است جواب‌های چندگانه بپذیرد، اما به محض این‌که به یکی از جواب‌ها ارزش بیش‌تری داده شود، از سوی پاسخ‌دهنده، بسته محسوب می‌شود[۲۰]. از این رو پژوهشگران از نمره‌گذاری مستقیم به پاسخ‌ها پرهیز می‌کنند. برخی پژوهشگران با به کارگیری مولفه‌های خلاقیت و برخی دیگراز محققان نوعی کدگذاری را با توجه به میزان واگرایی و درجه تعمیم پاسخ تعریف می‌کنند[۴، ۷ ،۱۴، ۵ و۲۰]. در این پژوهش از شیوه توصیفی لیکین[4] استفاده شده است[۲۱]. او پاسخ‌های این سؤالات را با مفهوم فضاهای حل[5] دسته‌بندی می‌کند[۲۰]. او ابتدا مفهوم فضای حل تخصصی[6] را این گونه تعریف می‌کند: مجموعه‌ای از راه‌حل‌هایی که برای یک مسئله توسط محقق یا ریاضی‌دان حرفه‌ای در زمان معین شناخته می‌شود و البته این فضا قابلیت توسعه به راه‌حل‌های جدید را دارد. برای این فضا دو زیر مجموعه قابل تعریف است که عبارتند از فضاهای حل انفرادی[7] و مشارکتی[8] . فضاهای حل انفرادی عبارت است از توانایی افراد در یافتن پاسخ‌ها به طور مستقل که خود این فضا از دو قسمت تشکیل شده است. بخش اول راه‌حل‌های در دسترس[9] در واقع شامل راه‌حل‌هایی است که فرد در لحظه یا با تلاش و بدون کمک دیگران انجام می‌دهد. بخش دوم راه‌حل‌هایی را شامل

1 Kwon
2 Murni
3 Boaler

4 Leikin
5 Solution space
6 Expert Solution
7 Individual solution space
8 Collective
9 Available solution

می‌شود که حل‌کننده با کمک دیگران تولید می‌کند و راه حل‌های بالقوه[1] نامیده می‌شود، این راه‌حل‌ها با دامنه‌ی تقریبی رشد ویگوتسکی[2] هم‌خوانی دارد[۲۱]. در این نظریه کودکان با کمک بزرگترها یا همسالان آگاه‌تر، توانایی بیش‌تری در حل مسائل نشان می‌دهند[۲]. دومین فضای پاسخ، فضای حل مشارکتی است که شامل راه‌حل‌هایی است که گروه افراد با هم به وجود می‌آورند.

گام مهم دیگر در به کارگیری و اثر بخشی مسائل باز-پاسخ نحوه اجرای یک کلاس با رویکرد باز است. محققان از جمله بکر و شیمادا، نودا و مورنی برای اجرای صحیح یک مسئله باز-پاسخ سه مرحله‌ی اصلی کار انفرادی، کار در گروه و ارائه کلاسی را در نظر گرفته‌اند[۴، ۵ و ۱۵]. نقطه‌ی قوت مرحله انفرادی این است که هر دانش‌آموز را قادر می‌سازد تا بر مسئله‌ی یکسان با سایرین اما در شیوه‌ای متفاوت و مطابق با توانایی‌هایش کار کند و فرصتی برای افزایش خلاقیت فردی به وجود می‌آید [۱۴]. محققان در مورد کنترل زمان این مرحله هشدار می‌دهند زیرا حتی زمانی که دانش‌آموزان دعوت به همکاری می‌شدند ترجیح می‌دادند بیش‌تر وقت خود را به صورت انفرادی کار کنند[۱۶]؛ از این‌رو باید با در نظر گرفتن زمان کافی، از تأکید بیش از حد به فردگرایی پرهیز کرد. در مرحله بحث به‌صورت گروهی هنگام تعاملات یادگیری با سایر همتایان، دانش‌آموزان به خاطر کسب فرصت‌هایی که برای ارائه‌ی تفسیرها و دیدگاه‌های چندگانه دارند درک بهتری به دست می‌آورند[۱۷]. در مرحله سوم بحث کلاسی، زمانی‌که دانش‌آموزان، یافته‌های دیگران را می‌بینند یا روشی که سایر گروه‌ها استفاده کرده‌اند به مقایسه، آزمایش و اصلاح نتایج پرداخته و ایده‌هایشان گسترش می‌یابد.

سوال پژوهش

آیا استفاده از مسائل باز-پاسخ ریاضی بر توانایی حل‌مسأله دانش‌آموزان پایه هفتم نسبت به تکرار و تمرین مسائل مشابه کتاب درسی تأثیر بیش‌تری دارد؟

روش پژوهش

برای پاسخ‌گویی به سؤال پژوهش از بین مدارس دخترانه دوره متوسطه اول منطقه باغبهادران اصفهان، یک مدرسه به عنوان نمونه‌ی تصادفی انتخاب شد. به منظور انجام پژوهش به شیوه‌ی شبه آزمایشی دو کلاس پایه‌ی هفتم به طور تصادفی به دو گروه آزمایش(۳۲ نفر) و کنترل(۳۰ نفر) اختصاص یافت. پیش‌آزمون در دی ماه و پس‌آزمون در اردیبهشت ماه برگزار شد. پس از حدود پنج ماه از اتمام دوره آموزشی، آزمونی تحت عنوان آزمون پایداری به منظور بررسی پایداری مهارت‌های کسب شده در طول دوره‌آموزشی، برگزار شد. مسائل هر سه آزمون متناسب با سرفصل‌های کتاب هفتم و با تأیید دو استاد آموزش ریاضی دانشگاه تربیت دبیر رجایی و سه دبیر با تجربه ریاضی تدوین شد. پایایی هر سه آزمون پس از بررسی فرض‌های آماری آزمون‌های t برای گروه‌های مستقل و t برای گروه‌های وابسته از جمله نرمال بودن، این دو آزمون برای مقایسه میانگین عملکرد گروه‌ها اجرا شد. در این مطالعه در هر جلسه تدوین فضاهای حل به عنوان ابزاری برای کشف بدفهمی‌ها و راه‌حل‌های خلاقانه افراد و گروه‌ها به کار گرفته شد. مقایسه‌ی فضاهای حل انفرادی و مشارکتی برای بررسی روند جلسات، نظارت بر پژوهش و جمع‌آوری مشاهدات هر جلسه استفاده شد.

به منظور هماهنگی با برنامه‌های مدرسه در بعدازظهرهای دوشنبه(گروه کنترل) و چهارشنبه(گروه آزمایش) جلسات حل تمرین ۸۰ دقیقه‌ای در ساعت ۱۳:۴۵ الی ۱۵:۵ در نیمه‌ی دوم سال تحصیلی به اجرای پژوهش اختصاص یافت. به منظور حفظ شرایط یکسان برای هر دو گروه، محیط آموزشی، منابع در دسترس دانش‌آموزان، شرایط برگزاری کلاس برای هر دو گروه یکسان در نظر گرفته شد. در مرحله اجرای طرح پژوهش، برنامه‌ریزی برای برگزاری یازده جلسه آموزشی از دی ماه تا اردیبهشت ماه صورت گرفت.

برگزاری جلسات آموزشی گروه آزمایش در گرو همکاری و پذیرش این نوع شیوه‌ی آموزش توسط مدیر و والدین بود. برای این منظور دو جلسه توجیهی جداگانه با والدین دو گروه آزمایش و کنترل برگزار شد. در ابتدای هر دو جلسه والدین خواسته‌های خود را در مورد نحوه‌ی برگزاری کلاس حل تمرین و محتوا بیان کردند. اغلب آن‌ها به حل نمونه سؤالات امتحانی، حل سؤالات کتاب‌های کمک آموزشی، تکرار و تمرین مسائل کتاب، رفع اشکال و حل سؤالات چند گزینه‌ای برای آمادگی فرزندان‌شان در آزمون‌های ورودی برخی مدارس اشاره کردند. برنامه جلسات و طرح درس گروه کنترل بنا به خواسته های والدین آن‌ها مطابق جدول۱ تنظیم گردید که برای هر مسئله تکرار می‌گردید. اجرای یک کلاس با مسئله باز-پاسخ نیازمند برنامه‌ی کلاسی برای بهره بردن از فرصت‌های انفرادی برای تفکر، موقعیت‌هایی برای بحث با همسالان و فرصت ارائه نتایج گروه برای کلاس است. این سه فرصت در

[1] Potential solution
[2] Vygotsky 's Zone Proximal Develepment

نحوه‌ی مدیریت و طرح درس گروه کنترل نیز لحاظ شد.

جدول۱. طرح درس گروه کنترل

مراحل تدریس	دستورالعمل‌های معلم	فعالیت دانش‌آموزان	توضیح	زمان (دقیقه)
مرحله اول	ارائه سؤال با ارجاع دانش‌آموزان به شماره صفحه‌کتاب یا ارائه صورت مسئله	خواندن، فهمیدن سؤال و تلاش برای حل کردن آن	-	۵
مرحله دوم	در هر گروه اشکالات خود را برطرف کرده و پاسخ ها را مقایسه کنید.	بحث با گروه وتوافق بر پاسخ	-	۵
مرحله سوم	در هر نوبت یکی از اعضای یک گروه به طور داوطلبانه پاسخ را ارائه دهد.	دانش‌آموزان توضیحات را گوش می‌دهند.	در صورت نیاز معلم پاسخ را دوباره توضیح می‌دهد.	۵

در جلسه‌ی دوم توجیهی با حضور والدین گروه آزمایش، پس از طرح درخواست‌های آنان که تقریبا مشابه گروه قبل بود، روش کار با طرح مسئله باز-پاسخ با مفاهیم ساده و ابتدایی تشریح گردید و با کمک آن‌ها یک تدریس آزمایشی ۱۵ دقیقه‌ای اجرا شد. ارتباط صمیمی و جنب و جوشی که در بین آنها به وجود آمده بود، فضای قبلی را شکست و باعث جلب رضایت والدین شد. به والدین این گروه اطمینان داده شد که در صورت تمایل می‌توانند کلاس حل تمرین فرزندان خود را جابه‌جا کنند.

بر اساس مراحل آموزش با یک مسئله باز-پاسخ[۴] طرح درس جدول ۲ برای گروه آزمایش تنظیم شد. علی‌رغم مزیت‌های رویکرد باز-پاسخ و با توجه به محدودیت‌هایی که زمان کم و حجم بالای کتاب‌های درسی ایجاد می‌کند ترک روش‌های بسته به سادگی و به یک‌باره ممکن به نظر نمی‌رسد. در نظر گرفتن یک برنامه تلفیقی از دو روش و اختصاص بخشی از آموزش به مسائل باز-پاسخ برای حرکت آرام به رویکردهای باز از توصیه‌های آموزشی پژوهشگران از جمله سالیوان[۱۲] و علم الهدایی[۱۱] است. بدین ترتیب طرح تحقیق، تلفیقی در نظر گرفته شد. هر دو گروه در کلاس‌های معمولی خود آموزش‌های یکسان دریافت می‌کردند. هر جلسه حل تمرین از گروه آزمایش با ارائه یک مسئله باز-پاسخ منطبق با اهداف و موضوعات کتاب هفتم سپری می‌شد و آن‌ها در پایان هر جلسه یک تکلیف باز-پاسخ برای خانه دریافت می‌کردند. در گروه کنترل تمرین‌های پیش بینی شده در کتاب برای دوره‌ی فصل، کتاب‌های کمک آموزشی و نمونه سؤالات امتحانی مدارس مختلف برای کار در کلاس و خانه استفاده می‌گردید.

جدول ۲. طرح درس گروه آزمایش(با جرح و تعدیل برگرفته از بکر و شیمادا)[۴]

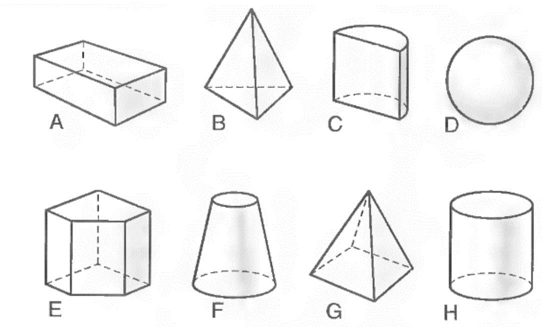
مراحل	دستورالعمل‌های معلم	فعالیت دانش‌آموزان	توضیح	زمان (دقیقه)
مرحله اول	الف- ارائه سؤال بر تخته وتوزیع برگه سؤالات فردی، شفاف‌سازی مسئله، تأکید و انگیزه‌بخشی بر امکان جواب‌های متفاوت	فهمیدن سؤال	-	۵
	ب-ثبت راه‌حل‌های انفرادی	تلاش برای یافتن روابط متفاوت (کار انفرادی)	توزیع و جمع‌آوری پاسخ‌برگ انفرادی	۱۵
مرحله دوم	بحث در مورد راه‌حل‌های کشف شده در گروه	بحث با گروه و کشف قانون‌های مختلف(کار گروهی)	توزیع پاسخ‌برگ‌های گروهی	۳۰
مرحله سوم	الف- ارائه نتایج بحث گروه	گروهها به نوبت نتایج خود را ارائه می‌دهند.	لیست کردن جواب هر گروه را بر تخته	۳۰
	ب- دسته بندی جواب های شبیه به هم	دانش‌آموزان نتایجی را که سایر گروه‌ها به آن اشاره نکرده‌اند بر تخته ثبت می‌کنند.	دانش‌آموزان با دقت به گونه‌ای دسته‌بندی کنند که موردی تکراری نباشد وچیزی از قلم نیافتد.	
	ج- ایجاد چالش‌های جدید باگسترش مسئله‌ی ارائه شده	الف-گوش دادن به یافته‌های دیگران ب-خلاصه کردن یافته هایشان	به هدف، موضوعات خاص نهفته در هر مسئله و نتایج اشاره شود.	

جهت گردآوری داده‌های میدانی پاسخ‌های فردی و گروهی دانش‌آموزان در گروه آزمایش در هر جلسه ثبت شده و مورد بررسی قرار می‌گرفت. این پاسخ‌ها ابتدا از جنبه‌ی انفرادی بررسی گردید تا خلاقیت‌های دانش‌آموزان شناسایی و تشویق و بدفهمی‌های شناسایی شده اصلاح شود؛ سپس پاسخ‌های انفرادی اعضا گروه و راه‌حل‌های حاصل از بحث‌های گروهی مقایسه شد. در پایان مطالعه‌ی آماری داده‌های پیش‌آزمون، پس‌آزمون و آزمون پایداری صورت گرفت. به منظور روشن‌تر شدن چگونگی اجرا و مدیریت فرایند یادگیری-یاددهی یک کلاس مبتنی بر

رویکرد آموزشی باز-پاسخ گزارش یک جلسه و نتیجه‌ی سایر جلسات به طور خلاصه مطرح می‌شود.

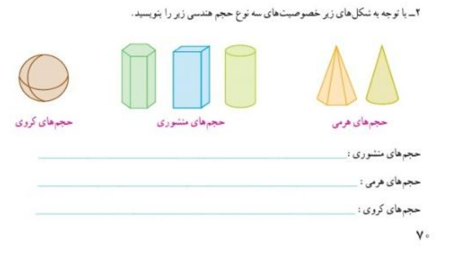
جلسه ذکر شده با هدف مرور و جمع‌بندی فصل حجم و سطح، یکپارچه‌سازی اطلاعات کسب شده و ایجاد اتصالات درون ریاضی موضوعات مرتبط با اَشکال و احجام برگزار شد. مسئله۳ برگرفته از کارهای بکر و شیمادا[۴] و با کمی تغییرات برای منطبق کردن آن با توانایی‌های دانش‌آموز پایه هفتم برای این جلسه آموزشی در نظر گرفته شد.

مسئله۳- در شکل ۱ چندین حجم نشان داده شده است. ابتدا یک شکل را انتخاب کنید مثلا B؛ سپس شکل‌هایی را انتخاب کنید که ویژگی مشترک با آن داشته باشند و ویژگی مورد نظر را بنویسید.



شکل۱. مسئله ۳

نمونه بسته‌ی این مسئله در کتاب ریاضی پایه هفتم در شکل۲ دیده می‌شود[۲۲]. طرح این مسئله به صورت باز این فرصت را ایجاد می‌کند که دانش‌آموزان دریابند می‌توان اجسام مورد نظر را در چندین روش دسته‌بندی کرد . دانش‌آموزان باید در مورد انتخاب نوع دسته‌بندی تصمیم بگیرند، دانش پیشین خود از احجام را مرور و خلاصه کرده و برای دست‌یابی به پاسخ‌های بیش‌تر و بهتر به دنبال روش‌های نظام‌مند باشند و بتوانند با تغییر و انعطاف در شیوه‌ی تفکر خود نظرات دیگران را بررسی کنند.



شکل۲. فعالیتِ کتاب ریاضی پایه هفتم

ارزیابی پاسخ‌های ارائه شده به این مسئله به کمک فضاهای حل مطرح شده توسط لیکین[۲۱] و گردآوری مجموعه پاسخ‌های انفرادی و گروهی انجام شد. عملکرد انفرادی دانش‌آموزان در این جلسه از ۲ تا ۷ پاسخ صحیح تغییر می‌کرد. کلاس ۳۲ نفری گروه آزمایش به ۶ گروه ۴ یا ۵ نفری تقسیم شد و راه‌حل‌های گروهی نیز ثبت گردید. این پاسخ‌ها با بهره‌گیری از موضوعات متنوع حجم، حاصل شده بود که از جمله می‌توان به این موارد اشاره کرد: شکل وجه‌ها و قاعده، تعداد یال‌ها و وجه‌ها، قاعده‌ها و روابط بین آن‌ها، نمای جسم از زاویه‌های مختلف، سطح مقطع حاصل از برش‌های متفاوت، شکل گسترده اجسام، حجم و مساحت هر شکل، آیا حجم مورد نظر حاصل دوران سطح است. خلاصه‌ی عملکرد گروهی این جلسه در جدول ۳ خلاصه شده است.

جدول ۳. نتایج عملکرد گروهی

شماره گروه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
تعداد راه حل مسئله	۲۲	۲۸	۲۳	۲۹	۴۴	۲۷

مقایسه‌ی تعداد راه‌حل‌های گروهی ارائه شده و بیشینه راه‌حل‌های فردی ثبت شده در هر گروه نشان داد حتی برای فعال‌ترین اعضای گروه که لزوما دانش آموزان قوی‌تر نبودند نیز فرصت یادگیری راه‌حل‌های نو وجود داشت. این موضوعی بود که در تمامی جلسات با مقایسه‌ی نتایج تک تک اعضای گروه و تعداد راه‌حل‌های ثبت شده توسط گروه قابل استنباط بود. مقایسه‌ی نتایج فردی و گروهی یک نوع پالایش بر نظرات در مرحله‌ی ثبت نتایج فردی به پاسخ‌برگ گروه را نشان می‌داد. در واقع اعضای گروه، نظرات افراد را از لحاظ صحت و منطقی بودن برای ثبت از یک صافی عبور می‌دادند و فرد ارائه دهنده پاسخ، از طریق گفتمان ریاضی به استدلال و دفاع یا پذیرش اشتباه و اصلاح پاسخ خود می‌پرداخت. نکته‌ی قابل تامل دیگر، ایجاد زمینه‌هایی برای بروز بدفهمی‌ها، سطوح مختلف کلامی و توسعه دانش حجم و مساحت بود که نمونه‌هایی از آن در جدول ۴ ارائه شده است.

از آنجا که مسائل باز-پاسخ موضوع جزیی و خاص را هدف قرار نمی‌دهند گستره‌ی پاسخ‌های انفرادی و گروهی فرصت مرور بخش وسیعی از اطلاعات مرتبط با موضوع مسئله را ایجاد می‌کند و امکان آشکار شدن، شناسایی و رفع بدفهمی‌ها را به‌وجود آورد. نمونه‌هایی از این بدفهمی‌ها که بیش‌تر در بین پاسخ‌ها مشاهده شد در جدول ۴ مطرح شده است. این اشتباه‌ها فرصتی ایجاد کرد دانش‌آموزان بدانند شکل‌هایی نظیر استوانه، نیم استوانه، مخروط و مخروط ناقص با وجود تشابه‌ها دارای تفاوت‌هایی اساسی با هم هستند. هم‌چنین پاسخ‌هایی با سطوح مختلف کلامی برای بیان موضوع یکسان ظاهر شده بود. مقایسه‌ی جملات

نشریه علمی **پژوهش‌های آموزش و یادگیری**، دوره ۱۶، شماره ۲، پیاپی ۳۰، پاییز و زمستان ۱۳۹۸، صص.: ۲۷-۱۳.
Scientific Journal of **Training & Learning Researches**, Vol.16, No.2, Serial 30, Autumn & Winter 2019-2020, pp.: 13-27.

به کار رفته برای بیان نظرات در دو مرحله ثبت راه‌حل‌های شخصی و گروهی نشان داد بازتاب بر بیان‌های مختلف برای یک موضوع در مرحله انتقال نظرات از مرحله‌ی انفرادی به گروهی و ارائه کلاسی موجب غنی شدن دامنه‌ی کلمه‌های تخصصی و ارتقا سطح کلامی به کار رفته در توضیحات شده است.

جدول ۴. زمینه‌های ایجاد شده در خلال حل یک مسئله باز-پاسخ و نمونه‌های آن

زمینه ایجاد شده	نمونه
بروز بدفهمی‌ها	شکل‌های F و C استوانه‌اند. فرمول مساحت جانبی شکل C با استوانه برابر است. هرم و منشور دارای فرمول حجم یکسان هستند. شکل گسترده‌ی هرم و منشور یکسان است.
بروز سطوح مختلف کلامی در تلاش برای بیان موضوعی یکسان	شکل‌های F و H تشکیل شده از دایره هستند. شکل‌های F و H شکل قاعده را به خود گرفته اند. شکل‌های F و H پس از مقطع زدن شکل حاصل دایره می باشد. شکل‌های F و H با برش به موازات قاعده شکل دایره به دست می‌آید.
توسعه مطالب و یادگیری‌های جدید	برخی از اشکال از دوران حاصل می‌شوند. حجم همه شکل‌ها از V=sh به دست نمی‌آید. شکل F از برش یک مخروط به دست می‌آید. آشنایی با همه‌ی نماهای حجم‌های مطرح شده در سؤال.

یافته‌ها

الف-یافته‌های آماری: جدول ۵، میانگین نمرات دانش-آموزان در پیش‌آزمون و پس‌آزمون را برای دو گروه آزمایش و کنترل ارائه می‌دهد.

جدول ۵. میانگین نمرات دانش‌آموزان در پیش‌آزمون و پس‌آزمون در دو گروه آزمایش و کنترل

توصیف داده‌ها		میانگین	انحراف معیار
آزمایش	پیش‌آزمون	۲/۸۰	۰/۶۱
	پس‌آزمون	۳/۷۹	۰/۴۱
کنترل	پیش‌آزمون	۲/۹۸	۰/۸۹
	پس‌آزمون	۲/۸۸	۰/۸۱

علی‌رغم میانگین نزدیک به‌هم دو گروه در پیش‌آزمون، در پس‌آزمون بین عملکرد دو گروه اختلاف قابل توجهی دیده می‌شود.

برای نتیجه‌گیریِ قابل اعتماد از این اختلافات در میانگین نمرات، در بخش آمار استنباطی، تحلیل با آزمون‌های مناسب صورت گرفت. برای پاسخ دادن به این سؤال که "آیا این دوره آموزشی تأثیر مثبت بر توانایی حل‌مسئله داشته است؟" ابتدا باید به این پرسش جواب داد که "آیا دو گروه در ابتدا از میزان مهارت حل‌مسئله یکسانی برخوردار بوده‌اند؟" نتایج مربوط به آزمون مرتبط با این پرسش با دو فرض آماری زیر، در جدول ۶ ارائه شده است.

فرض صفر: میانگین نمرات دانش‌آموزان گروه آزمایش با میانگین نمرات دانش‌آموزان گروه کنترل در عملکرد حل مسئله تفاوت معناداری ندارد.

فرض پژوهش: میانگین نمرات دانش‌آموزان گروه آزمایش با میانگین نمرات دانش‌آموزان گروه کنترل در عملکرد حل مسئله تفاوت معناداری دارد.

جدول ۶. نتیجه آزمون t برای گروه‌های مستقل در پیش‌آزمون

نمرات حل مسئله در پیش‌آزمون	آزمون لوین برای تساوی واریانس‌ها		آزمون t برای تساوی میانگین‌ها						
	F	معنی داری(sig)	t	درجه آزادی	p-مقدار(sig)	تفاوت میانگین‌ها	خطای استاندارد	فاصله‌اطمینان ۹۵ درصد: پایینی	فاصله‌اطمینان ۹۵ درصد: بالایی
فرض تساوی واریانس‌ها	۰/۱۳۲	۰/۷۱۸	۰/۸۱۲-	۶۰	۰/۴۲۰	۰/۱۷۸-	۰/۲۱۹	۰/۶۱۸-	۰/۲۶۱
فرض عدم تساوی واریانس‌ها			۰/۸۱۱-	۵۲/۱۲۶	۰/۴۲۱	۰/۱۷۸-	۰/۲۲۰	۰/۶۱۹-	۰/۲۶۲

بررسی جدول ۶ مشخص می‌کند p-مقدار آزمون لوین از ۰/۰۵ بیش‌تر است؛ فرض تساوی واریانس‌ها پذیرفته شده و سطر اول جدول مورد بررسی قرار می‌گیرد.

چون معنی‌داری(sig) آزمون t بالاتر از ۰/۰۵ است فرض صفر پذیرفته شده و این به معنای یکسان بودن میانگین عملکرد حل‌مسئله دو گروه آزمایش و کنترل در پیش‌آزمون

است. لذا فرض یکسان بودن عملکرد حل‌مسئله‌ی دو گروه پیش از اجرای دوره‌ی آزمایشی پذیرفته می‌شود.

حال باید بررسی کرد "آیا در اثر دوره آموزشی تغییر در مهارت حل‌مسئله‌ی گروه آزمایش رخ داده است؟" برای پاسخ‌گویی به این سؤال با توجه به نتیجه‌ی آزمون کولموگوروف- اسمیرنوف و نرمال بودن نمونه، آزمون t برای گروه‌های وابسته انجام شد. اطلاعات جدول ۷ نشان می‌دهد با توجه به sig، ۰/۰۰۱ فرض صفر رد شده و در نتیجه بین این دو متغیر یعنی عملکرد گروه آزمایش در دو آزمون پیش‌آزمون و پس‌آزمون ، هم‌بستگی معناداری وجود دارد. منظور از جفت، نمونه‌های زوجی مربوط به نمرات دانش-آموزان گروه آزمایش در پیش‌آزمون و پس‌آزمون است که جفت ۱ نام دارد و نمرات دانش‌آموزان گروه کنترل در پیش‌آزمون و پس‌آزمون جفت ۲ نامیده می‌شود.

جدول ۷. آزمون هم‌بستگی پیرسون پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه آزمایش

		تعداد	هم‌بستگی	معناداری
جفت ۱ آزمایش	پس‌آزمون و پیش‌آزمون	۳۲	۰/۵۶۵	۰/۰۰۱

اطلاعات جدول ۸ با این دو فرض تنظیم شده‌اند:

فرض صفر: میانگین نمرات دانش‌آموزان گروه آزمایش در پیش‌آزمون و پس‌آزمون در عملکرد حل مسئله تفاوت معناداری ندارد.

فرض پژوهش: میانگین نمرات دانش‌آموزان گروه آزمایش در پیش‌آزمون و پس‌آزمون در عملکرد حل مسئله تفاوت معناداری دارد.

جدول ۸. نتیجه آزمون t برای گروه‌های وابسته در پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه آزمایش

	اختلاف‌های جفت				t	درجه آزادی	sig
	میانگین	خطای استاندارد میانگین	فاصله‌اطمینان ۹۵ درصد				
			بالایی	پایینی			
جفت۱- حل مسئله در پیش‌آزمون و پس‌آزمون	-۰/۹۹۲	۰/۱۲۵	-۰/۲۴۷	-۰/۷۳۶	-۷/۹۲۲	۳۱	۰/۰۰۰

مطابق جدول ۸، چون معنی‌داری(sig) آزمون از ۰/۰۱ کم‌تر است فرض پژوهش پذیرفته می‌شود به عبارت دیگر بین عملکرد دانش‌آموزان گروه آزمایش در پیش‌آزمون و پس‌آزمون تفاوت در سطح خطای یک درصد وجود دارد. بازه‌ی اطمینان ۹۹ درصدی برای اختلاف میانگین وجود دارد که چون هر دو حد پایین و بالا منفی هستند میانگین پیش‌آزمون از پس‌آزمون بیش‌تر است.

حال نوبت به پاسخ‌دهی به این پرسش می‌شود که با وجود عملکرد یکسان دو گروه در پیش‌آزمون و بهبودی که گروه آزمایش کسب کردند، آیا این تغییر در اثر دوره آموزشی بوده است؟ به عبارت دیگر با کنترل متغیرهای دیگر برای هر دو گروه آیا عملکرد گروه آزمایش نسبت به گروه کنترل در پس‌آزمون برتری دارد؟ برای نتیجه گیری از مقایسه میانگین نتایج آزمون t برای گروه‌های مستقل جدول ۹ تنظیم شده است.

جدول ۹. نتیجه آزمون t مستقل برای مقایسه میانگین عملکرد دو گروه آزمایش و کنترل

پس‌آزمون	آزمون لوین برای تساوی واریانس‌ها		آزمون t برای تساوی میانگین‌ها						
	F	sig	t	درجه آزادی	p-مقدار (sig)	تفاوت میانگین‌ها	خطای استاندارد	فاصله‌اطمینان ۹۵ درصد	
								پایینی	بالایی
فرض تساوی واریانس‌ها	۳/۱۷۴	۰/۰۸۰	۴/۹۹۹	۶۰	۰/۰۰۰	۰/۹۱۳	۰/۱۸۲	۰/۵۴۸	۱/۲۷۹
فرض عدم تساوی واریانس‌ها			۴/۹۵۵	۵۴/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۹۱۳	۰/۱۸۴	۰/۵۴۳	۱/۲۸۳

همانطور که در جدول ۹ ملاحظه می‌شود، با توجه به این که p-مقدار(۰/۰۸۰) آماره آزمون لوین از فرض خطای α=۰/۰۵ بیش‌تر است، فرض برابری واریانس‌ها پذیرفته می‌شود. بنابراین سطر اول آزمون t ملاک بررسی‌های بعدی قرار می‌گیرد. نتایج آزمون t برای گروه‌های مستقل p- مقدارِ (۰/۰۰۰) را نشان می‌دهد و از فرض خطای ۰/۰۵ کم‌تر است.

لذا فرض صفر (برابری میانگین‌ها) رد می‌شود. یعنی بین مهارت حل‌مسئله گروه آزمایش و کنترل، در پس‌آزمون، تفاوت معنی‌داری وجود دارد. مقایسه‌ی میانگین نشان می‌دهد این برتری به نفع گروه آزمایش است.

نشریه علمی **پژوهش‌های آموزش و یادگیری**، دوره ۱۶، شماره ۲، پیاپی ۳۰، پاییز و زمستان ۱۳۹۸، صص.: ۲۷-۱۳.
Scientific Journal of **Training & Learning Researches**, Vol.16, No.2, Serial 30, Autumn & Winter 2019-2020, pp.: 13-27.

آزمون پایداری پس از پنج ماه بعد از اتمام دوره آموزشی در مهرماه ۱۳۹۳برگزار شد. هدف از این آزمون بررسی این موضوع بود که آیا بهبود مهارت حل مسئله با گذشت زمان دارای پایداری است. گروه آزمایش در آزمون پایداری میانگین ۳/۶۶ و گروه کنترل میانگین ۲/۶۶ را کسب کردند. آزمون t برای گروه‌های مستقل، نتیجه گیری در مورد میانگین عملکرد حل مسئله را تأیید می‌کند که در جدول ۱۰ تنظیم شده است.

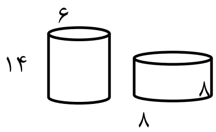
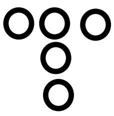
جدول۱۰. نتایج مربوط به آزمون t برای گروه‌های مستقل در عملکرد دو گروه در آزمون پایداری

نمرات حل‌مسئله در آزمون پایداری	آزمون لوین برای تساوی واریانس‌ها		آزمون t برای تساوی میانگین‌ها						
	F	sig	t	درجه آزادی	p-مقدار (sig)	تفاوت میانگین‌ها	خطای استاندارد	فاصله‌اطمینان ۹۵ درصد	
								پایینی	بالایی
فرض تساوی واریانس‌ها	۱/۰۶۸	۰/۳۰۶	۴/۵۲۴	۵۳	۰/۰۰۰	۰/۹۹۱	۰/۲۱۹	۰/۵۵۲	۱/۴۳۱
فرض عدم تساوی واریانس‌ها			۴/۴۷۵	۴۸/۵۶۸	۰/۰۰۰	۰/۹۹۱	۰/۲۲۱	۰/۵۴۶	۱/۴۳۷

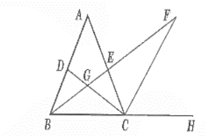
با توجه به این که میزان p-مقدار سطر اول و دوم از ۰/۰۵ کم‌تر است، فرض صفر رد شده و ادعای عدم تساوی میانگین‌ها پذیرفته شده است. به عبارت دیگر تغییر حاصل شده در مهارت حل‌مسئله دانش‌آموزان گروه آزمایش در طی مدت پنج ماه از پایداری برخوردار است.

ب-یافته‌های حاصل از مشاهدات و مقایسه‌ی فضاهای حل انفرادی و مشارکتی: خلاصه‌ی جلسات اول تا یازدهم شامل مسئله و موقعیت‌های ایجاد شده، در جدول‌های ۱۱، ۱۲و ۱۳ ارائه شده است. نتایج، حاصل مشاهدات و بررسی فضاهای حل در گروه آزمایش است. در جلسات نهم تا یازدهم ارتباط بین بازنمایی‌های مختلف مختصات و برقراری اتصالات درون ریاضی بین تمامی موضوعات فراگرفته در پایه هفتم در بستری از مسائل باز-پاسخ مورد تأکید قرار گرفت که نتایج آن در جدول ۱۳ ارائه شده است.

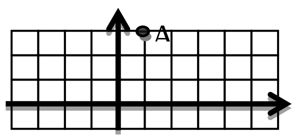
جدول۱۱. خلاصه گزارش جلسات۱ تا ۴

شماره جلسه-موضوع جلسه-مسئله‌ی باز-پاسخ اجرا شده	نتایج حاصل از مقایسه‌ی پاسخ‌های انفرادی و گروهی و مشاهدات
۱- معرفی روش کار: برخی تاجران از خطای دید در برخی موارد مانند پیام‌های بازرگانی سود می‌برند. الف) در اینجا به نظر می‌رسد نمایش کدام‌یک از این قوطی‌ها، حجم بیش‌تری داشته باشد؟ب) حجم هر قوطی را حساب کنید.ج) کدام قوطی را بیش‌تر در فروشگاه‌ها می‌بینید؟ فکر می‌کنید چرا اینطور است؟[۲۳] 	اجرای گروه‌بندی بر اساس نظرات دانش‌آموز و دبیر اجرای سه مرحله تدریس و تشریح رفتارهای مورد انتظار در هر مرحله در خلال حل مسئله
۲- مرور اعداد صحیح: اگر ○ و ● نشان دهنده‌ی اعداد ۱+ و ۱- باشند. تعداد مناسب از دایره‌های سفید و سیاه که لازم است را به شکل زیر اضافه کنید تا عدد ۳- نمایش داده شود. آیا می‌توانید این‌کار را از طرق مختلف انجام دهید؟ [۲۳] ●● ○○○	آشکار شدن سطوح مختلف تعمیم برای احاطه بر پاسخ‌های متفاوت(ارائه چند مثال، تهیه‌ی لیست منظم از پاسخ‌ها، تعمیم با عبارت‌های فارسی و تعمیم جبری) و ارتقا سطح آن در مرحله‌ی گروهی و کلاسی پی بردن به فواید تعمیم
۳- مرور اعداد صحیح: اعداد ۲+، ۱+، ۰، ۱- و ۲- را طوری در دایره های شکل قرار دهید که جواب جمع در هر جهت یکسان شود[۲۳] 	آشکار شدن سطوح مختلف تعمیم، کشف و کاربرد خواص جمع اعداد صحیح (خاصیت جابه‌جایی، جمع با صفر و جمع با قرینه) شکستن این باور کلیشه‌ای که فقط حاصل صفر مد نظر نیست.
۴- الگوهای عددی، جبر و معادله : با توجه به اعداد ارائه شده، هر تعداد الگو یا قانون که می‌توانید پیدا کنید[۷] ۱ ۱ ۱ ۱ ۲ ۱ ۱ ۳ ۳ ۱ ۱ ۴ ۶ ۴	دانش‌آموزان روابط را شناسایی می‌کردند ولی از بیان آن به صورت جبری یا کلامی باز می‌ماندند؛ دایره‌ی تخصصی لغات آن‌ها کم است. به وجود آمدن فرصت‌هایی برای: کشف الگوهای عددی و تعمیم روابط، یادگیری‌های جدید دنباله‌های عددی معروف(مثلثی، فیبوناچی)، آشنایی با ریاضی‌دانان معروف فیبوناچی، خیام، پاسکال.

جدول ۱۲. خلاصه جلسه‌های ۵ تا ۷

۵- حجم و سطح	مسئله ۳ به کار گرفته شد که در متن مقاله گزارش کامل آن بیان شده است.
۶- تخمین، حدس زدن و مقدار عددی عبارت جبری: مسئله الف-فارنهایت و سانتی‌گراد دو مقیاس اندازه‌گیری دما هستند. به کمک فرمول $C=(F-32)\times\frac{5}{9}$ می‌توان یکی را بر حسب دیگری به دست آورد. در این فرمول C نشان‌دهنده‌ی دما برحسب سانتی‌گراد و F دما بر حسب فارنهایت است. دمای کلاس خود را برحسب سانتی‌گراد حدس زده و به کمک فرمول به فارنهایت تبدیل کنید. مسئله ب-یک خرس قطبی ۵۰۰ کیلو گرم سنگینی دارد. چند بچه سه ساله نیاز دارید تا همان جرم را داشته باشید؟ مسئله ج- مخزن آب یک کولر برقی تقریبا ۱۰ برابر یک بطری پلاستیکی نوشابه کوچک است. گنجایش این مخزن چه قدر است؟	پذیرش لزوم و به کار گیری حدس آگاهانه و مستدل برای قانع کردن دیگران موضوع برجسته این جلسه بود. آنها باید به کمک گفتمان و استدلال از پاسخ خود دفاع کرده و سایرین را قانع می‌کردند. این جلسه به استحکام و لزوم اتصالات برون ریاضی بسیار کمک کرد. دانش‌آموزان از اطلاعات روزمره و سایر درس‌ها مانند علوم در حدس زدن دما یا فرمول محاسبه‌ی قد و وزن در ورزش استفاده می‌کردند. حدس‌های آنها در مرحله‌ی فردی گاه بسیار دور از واقعیت بود اما در همه گروه‌ها و در هر سه مسئله در مرحله گروهی و کلاسی حدس‌ها بهبود یافته و به واقعیت نزدیک شده بود.
۷- هندسه و استدلال: در شکل زیر، BF و CD نیم سازهای زاویه‌های B و C از مثلث متساوی الساقین ABC هستند. CD ضلع AB را در نقطه D قطع می کند. BF ضلع AC را در نقطه E و نیم ساز زاویه‌ی خارجی ACH را در نقطه F قطع می کند. این شکل را از زاویه دیدهای متفاوت ببینید و تا جایی که می‌توانید رابطه پیدا کنید و روابطی را که پیدا کردید به طور منظم بنویسید[۴]. 	پذیرش لزوم استفاده از روابط جبری و استدلال رسمی از نقاط قوت این جلسه بود. در واقع به نظر می‌رسد جایی‌که از دانش‌آموز به طور واضح استدلال و روابط جبری خواسته نشود او ضرورتی به استدلال نمی‌بینند یا تمایلی به این کار ندارد اما در روند ثبت نظرات گروهی، تمامی گروه ها موارد ثبت شده‌ی خود را با دلیل ذکر می‌کردند. نکته‌ی آموزشی قابل مشاهده‌ی دیگر قانع شدن دانش‌آموزان در مفید بودن آگاهی از اجزای متناظر بود آن‌ها دریافتند نوشتن اجزای متناظر جواب‌های زیادی برای آن‌ها تولید می‌کند و باور کردند این موضوع می‌تواند برای خلاصه کردن نتایج مفید باشد.

جدول۱۳. خلاصه مشاهدات و نتایج جلسه‌های۸ تا ۱۱

۸- مختصات: در عبارت مقابل جای خالی را پر کنید. آیا می‌توانید این‌کار را از طرق مختلف انجام دهید؟ $\begin{bmatrix}-2\\ \dots\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}+5\\ \dots\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dots\\ +2\end{bmatrix}$	ارتباط و اتصال بین بحث اعداد صحیح و مختصات پیدایش سطوح مختلف تعمیم پاسخ و ارتقا آن در مرحله‌ی ثبت نظرات گروه و ارائه کلاسی
۹-هندسه، استدلال و مختصات: بردار و مختصات سه قسمت الف، ب و ج را در نظر بگیرید: الف-  ب- $\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-1\\ -\frac{1}{3}\end{bmatrix},\begin{bmatrix}2\\-4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0/5\\1/5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-1\\3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}2\\5\end{bmatrix}$؛ ج) نقاطی که عرض آنها مضرب مثبتی از طول آنهاست. اکنون یکی از نقاط قسمت ب را در نظر گرفته و یک شباهت یا تفاوت با نقطه‌ی A در قسمت الف و عبارت بیان شده در قسمت ج بیابید.	بر توانایی در برقراری ارتباط بین بازنمایی‌های مختلف در بحث مختصات تأکید شد. خواص و قاعده‌های مباحث از جمله تقارن نسبت به محور عرض‌ها، تقارن نسبت به محور طول‌ها، نسبت به مبدا، ویژگی‌های نقاط مستقر در هریک از نواحی چهارگانه مختصات، توسط دانش‌آموزان کشف شده و اتصالات درون موضوعی زیادی ایجاد شد.
۱۰- توان و جذر: کدام‌یک درست و کدام‌یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید[۲۲] $4^2=64, 5^2=5\times 2, \left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}, 9^2=18$ $\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{4}{81}, \frac{3^2}{5}=\frac{9}{25}, 5^2=2^5, \left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{4}$	بهره‌گیری از اتصال‌های متعدد بین موضوعات فراگرفته شده‌ی قبلی به انبوهی از پاسخ‌ها انجامید. در هر گروه بیش از ۱۰۰ راه برای تصحیح موارد نادرست ارائه گردید.
۱۱-توان و جذر: مسئله‌هایی طرح کنید که پاسخ آن‌ها : الف- $۲^۳$ ب- ۳×۲ ج- $۵^۲$ باشد[۲۲]	مسائل طرح‌شده‌ی دانش‌آموزان بدفهمی‌های متعددی را در بحث توان مشخص کرد. البته بسیاری از این بدفهمی‌ها در ثبت نظرات گروه با استدلال رد شده بود. نمونه‌ای از این بدفهمی‌ها دو مسأله طرح شده‌ی زیر برای عبارت $۵^۲$ طرح شده است: اگر در کارگاهی در هر ساعت دو دست لباس دوخته شود پس از گذشت ۵ ساعت چند دست لباس دوخته شده است؟در مربع عدد مناسب بنویسید.□ ۵=۵+۵

نشریه علمی **پژوهش‌های آموزش و یادگیری**، دوره ۱۶، شماره ۲، پیاپی ۳۰، پاییز و زمستان ۱۳۹۸، صص.: ۲۷-۱۳.
Scientific Journal of **Training & Learning Researches**, Vol.16, No.2, Serial 30, Autumn & Winter 2019-2020, pp.: 13-27.

نکته‌ی جالبی در جریان عادی کلاس گروه آزمایش پیش آمد که باعث شد مسأله‌های در نظر گرفته شده برای جلسه دهم و یازدهم با مسائلی از کتاب جایگزین شود و مسیر پژوهش به سمت مسائل کتاب تغییر کند. زمانی در کلاس در فعالیت‌ها و کار در کلاس‌ها حل می‌شد معلم از دانش‌آموزان خواست مسئله جلسه دهم مطرح شده در جدول ۱۳ را حل کنند که از سؤالات کتاب درسی است. آن‌ها تلاش می‌کردند به این سؤال پاسخ‌های متفاوت دهند. این اتفاق در حالی رخ داد که شاگردان در کلاس حل تمرین و کار با مسائل باز-پاسخ نبودند، به نظر می‌رسد آن‌ها پذیرفته بودند حتی اگر به آن‌ها گفته نشود برای سؤال جواب‌های چندگانه بیابید و در صورت وجود این ظرفیت در سؤال به دنبال راه‌حل‌های متعدد و متفاوت از بقیه باشند. این موضوع نشان‌دهنده‌ی یک تغییر باور در آن‌ها بود.

مشاهدات ثبت شده از گروه کنترل در یازده جلسه‌ی آموزشی، نشان دهنده‌ی بروز عادت‌های رفتاری یکسان و رایج بود. در مرحله‌ی فردی، تمرین‌های تکراری برای دانش‌آموزانی که سریع‌تر از سایرین به پاسخ دست می‌یافتند خسته‌کننده بود. سایر اعضای گروه معمولا به دنبال تطابق جواب با فرد قوی‌تر بودند و حتی برخی دانش‌آموزان قبل از اینکه سایر اعضای گروه راه‌حل آن‌ها را ببینند، نوشته‌های خود را پاک می‌کردند. فردی که بیش‌تر مواقع به توضیح مسئله و راه‌حل می‌پرداخت، همان شخصی بود که به عنوان دانش‌آموز با سطح عملکرد خوب شناخته می‌شد. پس از اتمام مرحله گروهی در هر نوبت یک گروه، فرد داوطلب خود را، برای ارائه پاسخ سؤالات پای تخته می‌فرستاد. پس از ارائه‌ی پاسخ معمولا بحث خاصی نبود مگر این‌که برخی دانش‌آموزان تقاضای توضیح مجدد یا اضافی داشتند و معمولا کار گروه با نوشتن پاسخ و تأیید توسط سایر گروه‌ها در سکوت پایان می‌یافت؛ چراکه تنها یک پاسخ صحیح وجود داشت که فرد مورد اعتماد که همیشه پاسخ‌ها را می داند، آن‌را تأیید کرده بود.

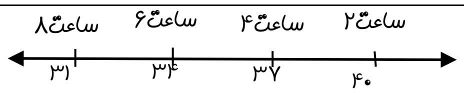
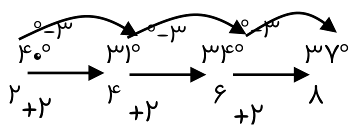
بررسی نتایج نشان داد دوره‌ی آموزشی باعث شد تا دانش‌آموزان در گروه آزمایش هم نسبت به عملکرد اولیه‌ی خود در پیش‌آزمون و هم نسبت به عملکرد گروه کنترل نتایج بهتری کسب کنند. به استناد آمارهای به دست آمده مشخص شد مهارت کسب شده توسط گروه آزمایش در حل مسائل پس از گذشت زمان پنج ماه از پایداری برخوردار است. به عبارتی استفاده از آموزش‌های مبتنی بر مسائل باز-پاسخ در کنار روش‌های رایج در مقایسه با روش‌های سنتی مبتنی بر تکرار و تمرین در پرورش مهارت حل مسئله دانش‌آموزان موثرتر است.

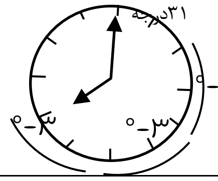
نکته جالب در پاسخ‌گویی به مسائل پس‌آزمون این بود که بیش‌تر دانش‌آموزان در گروه کنترل برای یافتن پاسخ به رویکردهای محاسباتی روی آوردند، در حالی که دانش‌آموزان در گروه آزمایش حتی در حل مسائل بسته نیز از روش‌های متنوع استفاده کرده بودند. مسئله ۱۵، نمونه‌ای از مسائل پس‌آزمون می‌باشد که نمونه‌ای از پاسخ‌های ارائه شده، در جدول ۱۴ بررسی می‌گردد.

مسئله ۱۵- ساعت دو بعد از ظهر، دمای هوا ۴۰ درجه سانتی گراد است. اگر دمای هوا هر ۲ ساعت، ۳ درجه کاهش یابد. دمای هوا در ساعت ۸ شب چند درجه است؟

دانش‌آموزانی از گروه کنترل که پاسخ مسأله ۱۵ را به دست آوردند صرفا از راه حل محاسباتی استفاده کرده بودند در حالی که نمونه‌ای از تنوع نمایش جواب توسط گروه آزمایش در جدول ۱۴ ارائه شده است.

جدول۱۴. نمونه‌ای از تنوع روش‌های گروه آزمایش در مسئله‌ی بسته

<table>
<tr><th>رویکرد مورد استفاده</th><th>نمونه پاسخ</th></tr>
<tr><td>محاسباتی</td><td>۳×۳=۹   ۴۰-۹=۳۱</td></tr>
<tr><td>محور</td><td>
</td></tr>
<tr><td>الگویابی</td><td></td></tr>
<tr><td>جدول</td><td><table><tr><td>ساعت</td><td>۲</td><td>۴</td><td>۶</td><td>۸</td></tr><tr><td>دما</td><td>۴۰</td><td>۳۷</td><td>۳۴</td><td>۳۱</td></tr></table></td></tr>
</table>

رسم شکل	

بحث و نتیجه‌گیری

با گذشت بیش از سه دهه از طرح رویکرد باز-پاسخ این موضوع هنوز مورد استقبال بسیاری از پژوهشگران آموزش ریاضی است؛ در کشورهایی که در زمینه‌ی آموزش ریاضی موفق هستند به بخشی جدانشدنی از آموزش و ارزیابی تبدیل شده است و در کشورهایی که به دنبال حرکت‌های جدید در آموزش هستند بسیاری از محققان از این رویکرد جهت تحقق تغییرات برنامه درسی بهره می‌برند. تلاش‌های وی‌سیو پژوهشگر پرتغالی، ماهلبو محقق آفریقایی و مورنی محققی از کشور اندونزی از این نمونه است[۱۷و۱۵]. اکنون که کتاب‌های درسی ریاضی کشور در دست تغییر ساختار است، توجه، آموزش و کاربرد مسائل باز-پاسخ می‌تواند به عنوان رویکردی در آموزش استفاده شود.

حل مسئله یکی از مهارت‌های اصلی و اساسی زندگی برشمرده می‌شود که هر رشته‌ای موظف به ارتقا آن می‌باشد توانایی حل مسئله فرد را قادر می‌سازد تا به طور موثرتری، مسائل زندگی را حل کند[۲۴]. در پاسخ به پرسش پژوهش مشخص شد که با استفاده از مسائل باز-پاسخ در کلاس درس، عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل بسته افزایش می‌یابد و این مهارت کسب شده در طول زمان و پس از گذشت پنج ماه دارای پایداری بود. نتیجه‌ی بدست آمده با یافته‌ی مطالعه سالیوان و همکارانش[۱۶] مطابقت دارد. آنها در تحقیق خود نشان دادند دانش‌آموزانی که در کنار تدریس سنتی، مسائل باز-پاسخ را آموزش می‌دیدند، هم در مسائل بسته و هم در مسائل باز عملکرد بهتری داشتند. اسکندری[۲۵] نشان داد رویکرد آموزش طرح‌مسئله در کنار آموزش سنتی می‌تواند عملکرد دانش‌آموزان را در حل‌مسئله ارتقا دهد. پژوهش‌های متعددی در زمینه مسئله‌ی باز-پاسخ انجام شده است که در اکثر آن‌ها مسائل باز-پاسخ در کنار روش‌های سنتی استفاده شده‌اند و اثر مثبت آن پیشرفت در عملکرد ریاضی، آزمون‌های رسمی کشورهای مختلف و آنچه درک عمیق ریاضیات نام برده‌اند، تأیید شده است[۱، ۳، ۱۶، ۱۷ و۱۸].

مشاهدات کلاسی نیز برخی نتایج پژوهش انجام شده را که از نظر آموزشی با ارزش به نظر می‌رسند، مشخص کرد. با وجود برگزاری کلاس‌های دوره‌ی آموزشی در ساعت نامناسبی، از روز، اکثر دانش‌آموزان کلاس را لذت‌بخش می‌دانستند و گاهی چنان سرگرم پاسخ‌گویی و رقابت بودند که گویی مشغول بازی هیجان انگیزی هستند. پررنگ شدن نقش دانش‌آموزان با عملکرد ضعیف، افزایش اعتمادبه‌نفس آن‌ها در ارائه‌ی راه‌حل‌ها و دریافت احترام بیش‌تر در گوش دادن به نظراتشان قابل مشاهده بود؛ این موضوعی است که ماهلبو نیز گزارش می‌دهد[۱۷]. نکته‌ی مهم دیگر و همراستا با نتایج تحقیقات سیلور، تلاش و نقش پررنگ‌تر دانش‌آموزان ضعیف در گروه بود؛ برخی اوقات پاسخ‌های منحصربه‌فرد آنها به گونه‌ای بود که سایر اعضا به آن راه-حل‌ها دست نیافته بودند[۱۴]. با مقایسه‌ی پاسخ‌برگ‌های انفرادی و گروهی مواردی نظیر نقش‌پذیری در گروه، رعایت حقوق مساوی افراد در گروه و عدم اعمال مدیریت شخص خاص به عنوان تأیید کننده نظرات با پی‌گیری روند جلسات، قوت می‌یافت. نکته‌ی جالب دیگر این بود که برنامه‌ریزی پژوهش برای کاربرد این مسائل به منظور مرور و تمرین مطالب آموخته شده بود در حالی‌که در بسیاری از جلسات زمینه‌ی معرفی مفاهیم جدید به وجود می‌آمد. دانش‌آموزان به مفاهیمی جدید دست می‌یافتند و زمینه‌ی آشنایی آنها با مفاهیم پیچیده‌تر به صورت مقدماتی ایجاد می‌شد.

یکی از ویژگی‌های جالب و با ارزش این مسائل، مواجه شدن با پاسخ های چندگانه از سوی هم‌سالان بود. این موضوع می‌تواند باورهای دانش‌آموزان را ارتقا دهد از جمله این‌که هر انسان می‌تواند باورهای صحیح اما متفاوت از دیگری داشته باشد و وظیفه‌ی ما به عنوان یک موجود اجتماعی بهره‌گیری از این تفاوت‌هاست. باور به نقش‌آفرینی در گروه با هر سطح توانایی برای رسیدن به موفقیت، مهارت‌های تصمیم‌گیری، تأثیرگذاری و گوش دادن مواردی است که در یک کلاس مبتنی بر رویکرد باز-پاسخ، اهمیت و رشد بیش‌تری می‌یابد. همه‌ی فواید ذکر شده، ضرورتی ایجاد می‌کند تا علی‌رغم همه‌ی محدودیت‌های زمانی و منابع، دانش‌آموزان را از تجربه‌ی لذت و آزادی در ریاضیات محروم نکرد. یکی دیگر از تجربه‌های نخستین برای این مسائل، در ضعیف‌ترین حالت نقش‌آفرینی این است که می‌توان از آن‌ها برای فعالیت‌های خارج از کلاس، به منظور ایجاد و استحکام اتصالات درون ریاضی و برون ریاضی بهره جست. استفاده از مسائل باز-پاسخ ریاضی در هر مقطع تحصیلی می‌تواند بخشی از ضعف‌های روش‌های سنتی و رایج را جبران نماید. بررسی نقش‌آفرینی این دست از

مسائل در شناسایی بدفهمی ها، تصحیح باورهای دانش‌آموزان، هم‌زمان کردن آموزش و ارزیابی، بهبود مولفه های خلاقیت، تقویت نقش گروه می‌تواند هر یک موضوع پژوهشی جداگانه را شکل دهد. طرح و تدوین منبعی از مسائل باز-پاسخ و پژوهش‌های ریاضی برای مقاطع مختلف آموزشی متناسب با زمینه‌ی فرهنگی و بومی ضروری است.

منابع

1- Pehkonen, Errki (1997). Introduction the Concept open-ended problem. Helsinki: Department of Teacher Education. Proceeding of the 17th conference of the Psychology of Mathematics Education, 1997. PP. 7-11.

۲- سیف، علی اکبر(۱۳۸۷). روانشناسی پرورشی نوین: روانشناسی یادگیری و آموزش. (ویرایش ششم). تهران: دوران.

3- Tanner, Howard; Jones, Sonia (1997). Teaching Children to think mathematically. Helsinki: Department of Teacher Education. Proceeding of the 17th conference of the Psychology of Mathematics Education. PP.106-119.

4- ecker, J. P.; Shimada, S. (1997). The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

5- Nohda, N (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. Proceeding of the 24th conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education, July 23-27, Hiroshima, Japan. Vol1: PP. 39-53.

6- Pehkonen, Errki (1995). Using open-ended problem in mathematics. Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik.Vol27 (2): PP. 67-71.

7- Kwon, oh nam; Park, Jung sook; Park, jee hyun (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. Asia Pacific Education Review. vol7 (1): PP. 51-61.

۸- بهروزی، ناصر؛ پرورنیان نصب، محمد؛ شهنی ییلاق، منیجه(۱۳۹۲). مقایسه دانش آموزان دبیرستانی پسر شهرستان دهدشت با سبک های یادگیری متفاوت از لحاظ خلاقیت و راهبردهای یادگیری خودگردان. پژوهش‌های آموزش و یادگیری، سال۲۰، شماره ۳، صص ۱۹ -۳۴.

9- Singer, Florence Mihaela; Ellerton, Nerida F.; CAI, Jinfa (2015). Mathematical Problem Posing From Research to Effective Practic. Springer New York Heidelberg Dordrecht London.

10- Foong Yee, Pui (2002). Using Short Open-ended Mathematics Questions to Promote Thinking and Understanding. Proceedings of the 4 Th International Conference on the Humanistic Renaissance in Mathematics Education. Italy, Palermo. PP.135-140.

۱۱- علم الهدایی، حسن (۱۳۸۸). اصول آموزش ریاضی. مشهد: انتشارات دانشگاه فردوسی.

12- Sullivan, Peter et al (2013). Teaching With tasks for Effective Mathematics Learning, Mathematics Teacher Education, Chapter6: Using Content-Specific Open-Ended Tasks. PP. 57- 96.

۱۳- حسنی، حسین؛ جهاندیده، جواد(۱۳۹۴). بررسی تأثیر روش تدریس همیاری بر خلاقیت دانش‌آموزان دختر پایه پنجم ابتدایی در درس علوم تجربی. پژوهش‌های آموزش و یادگیری، سال ۲۲، دوره جدید شماره۶، صص ۱۳۹-۱۵۰.

14- Klavir, Rama; and Sarah Hershkovitz (2008). Teaching and evaluating ‘open-ended problems. International Journal for Mathematics Teaching and Learning. http://www.cimt.org.uk/journal/index.htm.

15- Murni (2013). Open ended approach in learning to improve students thinking skill in Banda Aceh. International Journal of Independent Research and Studies. Vol2 (2): PP. 95-101.

16- Sullivan, Peter; Bourke, Dianne; Scott, Anne (1997). Learning Mathematic Through Exploration of Open-Ended Tasks: Describing the Activity of Classroom Participants. . Proceeding of the 17th conference of the Psychology of Mathematics Education. Helsinki: Department of Teacher Education. PP. 88-105.

17- Mahlobo, Radley Kebarapets (2008). Open-Ended Approach Teaching and Learning of High School Mathematics. Research in Mathematics Department, Faculty of Applied and Computer Sciences.Vaal University of Technology, South Africa.

18- Boaler, J. (1998). Open and Closed mathematics: student experience and understanding. *Journal for Research in mathematics Education*, Vol29 (1): PP. 41-62.

۱۹- مکینتاش، رابرت؛ جرت، دنیس (۱۳۸۵). آموزش حل مسأله: تحقق یک چشم انداز، مروری بر ادبیات تحقیق(زهرا گیلک و زهرا گویا، مترجمان).مجله رشدآموزش ریاضی۸۶. دوره ۲۴ شماره ۲، صص ۴-۲۱.

20- Clarke, David (2011). Open-ended Tasks and Assessment. In Berinderjeet Kaur& Wong Khoon Yoong .assessment in the mathematics classroom. (chapter7. Pp 71-94). Singapore: National Institute of Education.

21- Leikin, Roza; Berman, A; Koichu.B (2009). Multiple Solutions for a Problem: a Tool for Evaluayion of Mathematical Thinking in Geometry. Proceeding of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. January 28th - February 1st. Lyon (France). PP. 776-785.

۲۲- اصلاح‌پذیر و همکاران (۱۳۹۳). *ریاضی پایه هفتم*. تهران: انتشارات شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.

23- Pelfrey, Ron (2000). Open-Ended Questions for Mathematics, Mathematics Consultant and provided as a service of the ARSI resource collaborativeuniversity of Kentucky http://www.arsi.org.

۲۴- جوادی پور، محمد؛ عزیزی، پروین؛ نوروززاده، رضا(۱۳۹۳). میزان تحقق اهداف مهارت های زندگی در دانش آموزان دوره ابتدایی. پژوهش‌های آموزش و یادگیری، سال ۲۱، دوره جدید شماره ۴، صص ۱۱۳-۱۲۸.

۲۵- اسکندری، مجتبی؛ ریحانی، ابراهیم (۱۳۹۲). بررسی فرایند طرح مسئله در آموزش ریاضی. دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی(۳)، صص ۱۱۷-۱۴۰.